

有向双环网络 $G(N;h)$ 的容错路由算法

李 颖¹, 王建堃², 陈业斌²

(1 马鞍山师范高等专科学校, 安徽 马鞍山 243041; 2 安徽工业大学 计算机学院, 安徽 马鞍山 243002)

摘 要: 针对有向双环网络 $G(N;h)$ 的容错问题, 研究了有向双环网络 $G(N;h)$ 容错节点所对应的等价节点的分布规律, 给出一种有向双环网络 $G(N;h)$ 的容错路由算法. 给出了当有向双环网络任意两个节点之间的最短路径出现故障时, 找出另一条最短路径的方法. 此算法的时间复杂度为 $O(d)$.

关键词: 双环网络; 最短路径; 容错路由; 直径; 节点

中图分类号: TP31

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2010)09-0091-04

The Fault-tolerant Routing Algorithm of Directed Double-loop Networks

LI Ying¹, WANG Jian-kun², CHEN Ye-bin²

(1 Ma'an Shan Teacher's College, Ma'an Shan 243041, China;

2 Department of Computer Science, Anhui University of Technology, Ma'an Shan 243002, China)

Abstract: In order to improve the fault-tolerant performance of directed double-loop networks $G(N;h)$, the distribution about equal nodes for fault-tolerant nodes of directed double-loop networks $G(N;h)$ was studied, and presented a way to find the fault-tolerant routing algorithm of double-loop networks $G(N;h)$. That is, when the shortest path fails between any two nodes of the double-loop networks, how to find the other one. The time complexity of the algorithm is $O(d)$.

Key words: double-loop networks; shortest path; fault-tolerant routing; diameter; nodes

1 引言

当一个互连网络的拓扑结构用一个图来表示时(图的顶点表示网络中的处理器, 图的边表示网络中的连线), 图的直径表明一个数据从它的源到它的地通过中间处理器存储转发所需的最小次数, 而连通度表明网络能容忍同时失灵处理器的最大数目. 因此, 直径和连通度分别是互连网络传输延迟和可靠性的两个重要度量参数.

网络的容错性与图的连通度也有密切关系, 若图的连通度为 k , 则表明对应的互连网络可以容许 $k-1$ 个结点同时发生故障, 而不会导致剩余子网络中各结点之间的通信. 若 G 是 k 连通的, 则由著名的 Menger 定理知, 对于 G 中任何两个不同的顶点 x 和

y , G 中存在至少 k 条内部点不交的 (x, y) 路. 图的这一性质表明, 当网络中出现节点故障时, 可以采取相应的路由策略, 将需要传输的数据从内点不交路绕过故障点送达目的地.

双环网络是计算机互连网络或通信系统的一类重要拓扑结构, 因其对称性、易于扩展和具有一定的容错能力而广泛应用在计算机局域网、城域网和各种平行处理结构中. 其图论模型是指这样一个有向图 $G(N;h)$. 它的每个顶点记为 $0, 1, 2, \dots, N-1$, 并从每个顶点 i 发出两条有向边 $i \rightarrow i+1 \pmod{N}$ 和 $i \rightarrow i+h \pmod{N}$, 分别记为 $[+1]$ 边和 $[+h]$ 边, 其中 h 为自然数且 $1 < h < N^{[1]}$.

信息路由是通信网络的基本功能, 若每个信息总是沿着从信源到信宿的最短路传送, 则称为最优

收稿日期: 2009-09-03; 修回日期: 2009-11-03

基金项目: 安徽省高校级自然科学基金资助项目(KJ2010B454); 安徽省高校级自然科学基金重点资助项目(KJ2010A343)

信息路由^[2]. 目前已有一些最优信息路由算法^[2-4], 其时间复杂性至少为 $O(d)$. 网络的容错路由则是指在网络节点和(或)连线可能发生故障的情况下, 剩余的子网络中各节点之间保持数据通信的策略. 网络的直径比较容易计算^[5], 但关于有向双环网络的容错直径的问题, 相关文献较少^[6-8], 文献[7]讨论了双环网络容错直径和宽直径的关系, 文献[8]主要讲解宽直径的计算. 本文将从等价节点的概念出发, 来研究有向双环网络的容错路由问题, 并试图给出其容错路由算法及容错直径的计算公式.

2 定义与引理

双环网络 $G(N; h)$ 是点可迁的强连通有向图, 所以要研究任意两点间的距离, 只要考虑从 0 节点到其他节点的距离. 为了更直观地了解双环网络的性质, 可以把双环网络拓扑结构中的所有节点映射到二维平面上来考量.

定义 1 在笛卡尔平面直角坐标系中, 令 x 轴的单位长度为 1, y 轴的单位长度为 h , 第一象限中所有格点 (x, y) 按下列顺序排成序列 $(0, 0), (1, 0), (0, 1), (2, 0), (1, 1), (0, 2), \dots, (j, 0), (j-1, 1), (j-2, 2), \dots, (j-i, i), \dots, (1, j-1), (0, j), \dots$. 每个格点用它右上角的单位方格为代表, 并且依次在每一方格 (x, y) 处放置数 $k \in \{0, 1, 2, \dots, N-1\}$, 其中 $k \equiv x + yh \pmod{N}$. 如在此前数 k 已出现过, 则空出此方格, 考察下一个格点, 直到数 $0, 1, 2, \dots, N-1$ 都出现或不再产生新的节点为止. 这样就得到了有向图 $G(N; h)$ 的节点解析结构, 如图 1 所示. 已经证明由 a, b, p, q 所确定的 N 个方格组成的区域通常呈 L 形, 称为一个 L-型瓦. 其中 a, b, p, q 都是整数, 且 $a, b \geq 2, 0 \leq p < a, 0 \leq q < b$. 这个 L-型瓦记为 $L(N; a, b, p, q)$.

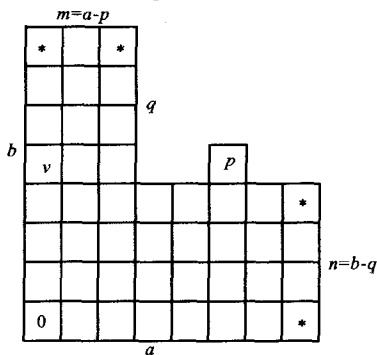


图 1 有向图 $G(N, h)$ 的节点解析结构

双环网络的直径为任一节点到其他节点的最大路由长度. 若用 $d(G)$ 表示双环网络的直径, 则

$$d(G) = \max\{a + b - p - 2, a + b - q - 2\}.$$

由定义 1 可知, 有向双环网络 $G(N; h)$ 是二连通的有向图, 图中任意两个节点存在且只存在两条内点不交的路集. 对于任意节点 $v(x > 0, y > 0)$ 存在两条内点不交且长度相等的路径. 而对于沿 x 轴和 y 轴上的节点, 最短路径则只有一条. 那么, 当最短路径出现故障时, 如何找到另一条内点不交的最短路径呢?

引理 1 从节点 0 出发, 无论以什么顺序经过 x 条 $[+1]$ 边和 y 条 $[+h]$ 边都达到同一个终点 v , 并且 $v = x + y[h] \pmod{N}$. 容易看出, 引理的逆命题也成立, 即对节点 v , 若有 $v = x + y[h] \pmod{N}$, 则必有从节点 0 到节点 v 的路径, 其中含有 x 条 $[+1]$ 边和 y 条 $[+h]$ 边^[2].

在双环网络 $G(N; h)$ 中, 我们记从顶点 0 到节点 v 的含有 x 条 $[+1]$ 边和 y 条 $[+h]$ 边的路径记为 $x[+1] + y[+h]$. 由引理 1 可知, 节点 0 到 v 的最短路径长度 $d(0, v) = \min\{x + y; v = x + yh \pmod{N}, x, y > 0\}$.

引理 2 设由 $G(N; h)$ 所确定的 L-型瓦的 4 个参数是 a, b, p, q , 如图 1. 令 $m = a - p, n = b - q$. 则 $-a + qh \equiv 0 \pmod{N}$, 且 $u + vh \equiv 0 \pmod{N}$ ^[8].

由引理 2 可得出以下推论.

推论 1 若 (x, y) 为同余方程 $x + yh = v \pmod{N}$ 的正解. 则 $(x + m, y + n), (x - p, y + b), (x + a, y - q)$ 也是同余方程的正解.

证明 因为 $x + yh = v \pmod{N}$, 所以 $(x + m) + (y + n)h \pmod{N} = x + yh + m + nh \pmod{N}$, 由引理 2 的 $m + nh = 0 \pmod{N}$, 所以 $(x + m) + (y + n)h \pmod{N} = x + yh = v \pmod{N}$, 证毕. 同理可证 $(x + a, y - q), (x - p, y + b)$ 也是同余方程的正解.

定义 2 在 $L(N; a, b, p, q)$ 的外部, 与节点 v 具有相同的标号, 且 0 节点到该节点的路径与到节点 v 的路径是内点不交且距离最近的节点 v' 称为 v 的等价节点.

如图 2 中的两点 14 节点, 0 节点是通过两条内点不相交的路径分别到达两个节点的. 由引理 2 和定义 2 可知: 设 $v \neq 0$ 是 $G(N; h)$ 中的一个结点, 由 $G(N; h)$ 确定的 L-型瓦 $L(N; a, b, p, q)$ 中有一个格点 (x, y) 与 v 对应, 则 v 的等价节点可能出现在 $(x + m, y + n), (x - p, y + b), (x + a, y - q)$ 中的某个位置.

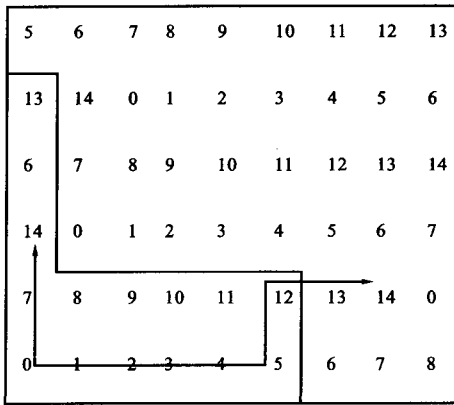


图2 等价节点示意图

由于有向双环网络是2连通的有向图,从图2中可以看出,尽管在 $L(N; a, b, p, q)$ 的外部存在多个与其内部等价的节点,且从0节点到达 $L(N; a, b, p, q)$ 外部每个等价节点的路径存在多条,但其中只有一条路径是内点不相交的.因此,有向双环网络中任意两个节点都存在且只存在2条内点不交的路径.

定义3 在有向图 $G(N;h)$ 所决定的L-型瓦中,从节点0出发,只经过 x 条 $[+1]$ 边到节点 v ,则称0到 v 的路径为单 $[+1]$ 边.若只经过 y 条 $[+h]$ 边到节点 v ,则称0到 v 的路径为单 $[+h]$ 边.

引理3 在有向图 $G(N;h)$ 所决定的L-型瓦中,从节点0出发,经过 x 条 $[+1]$ 边和 y 条 $[+h]$ 边到节点 v .当 $x > 0, y > 0$ 时,令 $P_1: 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow x \rightarrow x+h \rightarrow x+2h \rightarrow \dots \rightarrow x+yh, P_2: 0 \rightarrow h \rightarrow 2h \rightarrow \dots \rightarrow yh \rightarrow 1+yh \rightarrow 2+yh \rightarrow \dots \rightarrow x+yh$,则 P_1, P_2 是两条内点不相交的路径.

证明 因为 $v = x[+1] + y[+h]$ 且 $x > 0, y > 0, P_1: 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow x \rightarrow x+h \rightarrow x+2h \rightarrow \dots \rightarrow x+yh, P_2: 0 \rightarrow h \rightarrow 2h \rightarrow \dots \rightarrow yh \rightarrow 1+yh \rightarrow 2+yh \rightarrow \dots \rightarrow x+yh$,从L-型瓦内部来看, P_1, P_2 正好围成一个矩形区域,在矩形区域中除了源节点0和目的节点 v 之外, P_1, P_2 中途没有经过任何相同节点.因此, P_1, P_2 是两条内点不相交的路径.

引理4 设 $v = kh + u, 0 < u < h$.如果 $x[+h] + y[+1]$ 是节点0到节点 u 的一条最短路径,则 $(x+k)[+h] + y[+1]$ 是节点0到节点 v 的一条最短路径^[4].

由引理4可知,要求0到其他任意节点 $v(0 \leq v \leq N-1)$ 的最短路径,只要知道0到任意节点 $u(0 \leq u < h)$ 的最短路径即可.

定义4 令 $k_0 = \min\{k: j_k = kh \pmod{N}, k > j_k, k = 1, 2, \dots, N-1\}$

$V_0 = \{(k, j_k): j_k = kh \pmod{N}, j_k = kh \pmod{N}, j_k < h, k = 0, 1, \dots, k_0 - 1\}$

设 V_0 中含有 r 个元素,它的第 i 个元素记为 $(k(i-1), j_k(i-1))$,即 $V_0 \setminus \{(k(i-1), (i-1))\}: 1 \leq i \leq r$.令 $u_i = u - j_k(i), w(i) = k(i) (0 \leq i \leq r-1), \bar{u} = \min(u_i: u_i \geq 0, 0 \leq i \leq r-1)$,并令与 $\bar{u}$ 相对应的 w_i 为 $\bar{w}$.

引理5 设 $G(N;h)$ 是双环网络, $0 \leq v < h$, 则 $\bar{u}[+1] + \bar{w}[+h]$ 是0到 v 的一条最短路径^[4].

3 主要结果

定理1 设 $v \neq 0$ 是L-型瓦 $L(N; a, b, p, q)$ 中有一个节点,则0节点到 v 节点之间或者0节点到 v 节点和0节点到 v 节点的等价节点 v' 之间存在两条内点不相交的路径.

证明

(1) 当 $x > 0, y > 0$ 时,由引理3可知,当节点 v 出现在L-型瓦的除单 $[+1]$ 边和单 $[+h]$ 边的区域中,此时,0节点到 v 节点的路由始终存在两条内点不相交的路径.

(2) 当 $x > 0, y = 0$ 时,0节点只能通过单 $[+1]$ 边到 v 节点,其最短路径为 $P_1: 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow x$.当错误节点 v_f 出现在 P_1 上时,其容错路由根据 x 的大小可分两种情况来考虑:

① 当 $0 < x < p$,依据推论1, v 节点的等价节点 v' 出现在 $(x+m, n)$ 格点上,容错路由 P_2 可选取为: $0 \rightarrow h \rightarrow 2h \rightarrow \dots \rightarrow (n-1)h \rightarrow r + (n-1)h \rightarrow \dots \rightarrow (x+m) + (n-1)h \rightarrow (x+m) + nh$.显然, P_1, P_2 是两条内点不相交的路径.

② 当 $p \leq x < a$ 时,依据推论1, v 节点的等价节点 v' 出现在 $(x+m, n)$ 和 $(x-p, b)$ 格点上,节点0到这两个格点的路由长度分别为 $x-p+b$ 和 $x+m+n, x+m+n = x-p+b+a-q$,根据定义1有 $a > q$,故 $x-p+b < x+m+n$,故 $(x-p, b)$ 格点所对应的节点为 v 节点的等价节点.

容错路由 P_2 可选取为: $0 \rightarrow h \rightarrow 2h \rightarrow \dots \rightarrow (b-1)h \rightarrow r + (b-1)h \rightarrow \dots \rightarrow (x-p) + (b-1)h \rightarrow (x-p) + bh$.显然, P_1, P_2 是两条内点不相交的路径.

(3) 当 $x = 0, y > 0$ 时,0节点只能通过单 $[+h]$ 边到 v 节点,其最短路径为 $P_1: 0 \rightarrow h \rightarrow 2h \rightarrow \dots \rightarrow yh$.当 v_f 出现在 P_1 上时,其容错路由根据 y 的大

小可分两种情况来考虑:

① 当 $0 < y < q$, 依据推论 1, v 节点的最优等价节点 v' 出现在 $(m, y+n)$ 格点上, 容错路由 P_2 可选取为 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow (m-1) \rightarrow (m-1) + h \rightarrow \dots \rightarrow (m-1) + (y+n)h \rightarrow m + (y+n)h$. 显然, P_1, P_2 是两条内点不相交的路径.

② 当 $q \leq y < b$, 依据推论 1, v 节点的等价节点 v' 出现在 $(m, y+n)$ 和 $(a, y-q)$ 格点上, 节点 0 到这两个格点的路由长度分别为 $y-q+a$ 和 $y+m+n$, $x+m+n = x-p+b+a-q$, 根据定义 1, $y-q+a < y+m+n$, 所以 $(a, y-q)$ 格点所对应的节点为 v 节点的等价节点.

容错路由 P_2 可选取为: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow (a-1) \rightarrow (a-1) + h \rightarrow \dots \rightarrow (a-1) + (y-q)h \rightarrow a + (y-q)h$. 显然, P_1, P_2 是两条内点不相交的路径.

定理 2 设 $G(N; h)$ 是双环网络, $v = x + yh$ 且 $0 \leq v < h$. P_1 是节点 0 到节点 v 的最短路径.

(1) 若 $x = 0, y > 0$, 令 $d_1 = d(0, u)$ 是节点 0 到任意节点 u ($0 \leq u < h$, 且 $u \neq kh \bmod N, k = 1, 2, \dots$) 的最短路径, $d_2 = d(0, v-u)$. 则 $d_1 + d_2$ 是节点 0 到节点 v 的等价节点的最短路径.

(2) 若 $x > 0, y = 0$, 令 $(u+h) \bmod N = v$, $d(0, u)$ 是节点 0 到节点 u 的最短路径. 则 $d(0, v) = d(0, u) + h$ 是节点 0 到节点 v 的等价节点的最短路径.

(3) 若 $x > 0, y > 0$, 则节点 0 到节点 v 与 P_1 内点不交的最短路径与 P_1 等长.

证明

(1) 由引理 2 和引理 3 易知, 若 $0 \rightarrow h \rightarrow 2h \rightarrow \dots \rightarrow yh$ 是 0 到节点 v 的最短路径, 则 $P_2: 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow x' \rightarrow x' + h \rightarrow x' + 2h \rightarrow \dots \rightarrow x' + y'h$ 是与 L 内点不交的最短路. 由双环网络的对称结构, 求任意两个节点 u 到节点 v 的最短距离, 等价于求节点 0 到节点 $u-v$ 的最短距离. 由引理 4 可知, $d(0, v) = d_1 + d_2$.

(2) 若 $P_1: 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow x$ 是节点 0 到节点 v 的最短路径, 则 $P_2: h \rightarrow 2h \rightarrow \dots \rightarrow y'h \rightarrow 1 + y'h \rightarrow \dots \rightarrow x' + y'h$ (其中 $v' = x' + y'h$ 与 v 是同余解) 是与 P_1 内点不交的路径. 对于满足 $(u+h) \bmod N = v$ 的节点 u , $d(0, u)$ 是节点 0 到节点 u 的最短路径. 则 $d(0, v) = d(0, u) + h$ 是节点 0 到节点 v 的最短路径.

(3) 当 $x > 0, y > 0$ 时, 由 L-型瓦的定义以及

引理 3 可知, 则 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow x \rightarrow x+h \rightarrow x+2h \rightarrow \dots \rightarrow x+yh$ 与 $0 \rightarrow h \rightarrow 2h \rightarrow \dots \rightarrow yh \rightarrow 1+yh \rightarrow 2+yh \rightarrow \dots \rightarrow x+yh$ 是两条从节点 0 到节点 v 内点不交且长度相等的路径.

4 最短容错路径计算

由上文的结果给出由节点 0 到其他任意节点 $v = x + y[h] \bmod N$ ($0 < v \leq N-1$) 的最短容错路径的算法:

Step1: 若 $x = 0, y > 0, 0 \leq u < h, flg = 1$;

若 $x > 0, y = 0$, 计算 u , 使得 $(u+h) \bmod N = v, flg = 2$;

若 $x > 0, y > 0, flg = 3$.

Step2: 置 $x_0 = \lfloor u/h \rfloor, u_0 = u - x_0h, k = 0, w_0 = 0, u_1 = u_0, u_2 = 0$.

Step3: 如果 $k = k+1, j_k = kh \bmod N$, 如果 $k > j_k$ 则转 Step5.

Step4: $j_k > u_0$, 则转 Step2; 否则置 $u_2 = u_0 - j_k$.

Step5: 如果 $u_1 < u_2$ 则转 Step2; 否则置 $u_1 = u_2, w_0 = k$, 并转 Step2;

Step6: $d = u_1[+1] + (x_0 + w_0)[+h]$.

Step7: 输出: 若 $flg = 1, d_1 = d$ 令 $u = v - u, flg = 0$, 转 Step2; 输出 $d_1 + d_2$.

若 $flg = 2$, 输出 $(u_1+1)[+1] + (x_0 + w_0)[+h]$.

若 $flg = 3, d = u_1[+1] + (x_0 + w_0)[+h]$.

该算法所需的时间为 $O(k_0)$. 设 d 为双环网络 $G(N; h)$ 的直径, $x[+1] + y[+h]$ 为节点 0 到节点 v 的一条最短路径, 则必有 $x, y \leq d$, 故该算法所需的时间不超过 $O(d)$.

5 结束语

网络的容错能力是衡量一个网络性能的重要指标, 但网络在通信过程中所出现的错误是随机的, 因此处理起来比较困难. 本文主要针对有向双环网络 $G(N; h)$ 的容错问题进行了研究, 即假设信息是从 0 节点发送到其他节点, 当途中出现错误不通时, 必须找到一条与该路径内点不相交的通往其目标节点的等价节点的路径, 且该路径是除最短路径以外的次短路径. 根据该原理, 本文给出了有向双环网络 $G(N; h)$ 的容错路由算法, 并给出了计算其路径长度的方法.

(下转第 99 页)

日等诸多因素的影响,充满了不确定性,因此,本文选用不确定性理论——云理论作为构建智能信号灯控制的基础.未来工作将注重于公交车的智能发车时间间隔研究和公交调度平台的构建.

本文创新点:将云模型应用于交通信号控制系统,对于含有不确定性的多维度公交信号综合处理,由多种信号集中反映道路情况,并对信号的时长做出有效调整,使系统更具智能化.

参考文献:

- [1] 潘良,刘宏立. GPRS 技术在智能公交管理系统中的应用与研究[J]. 计算机工程与科学, 2009, 31(11): 153-156.
- [2] 梁松,梁艳,陈继努. 基于 GPRS 的智能公交系统通信平台的实现[J]. 通信技术, 2007, 40(10): 56-58.

- [3] 邹谷山,蔡延光,师凯. ARM/GPRS 自导航系统终端设计与实现[J]. 计算机应用研究, 2005, 22(9): 201-202.
- [4] 常新峰,沈连丰,胡静,等. 一种智能公交车载系统的研制及性能分析[J]. 东南大学学报, 2009, 39(2): 377-383.
- [5] 李自刚,聂明新. 基于 ARM 和 GPRS 的光纤直放站监控系统的设计与实现[J]. 通信技术, 2010, 43(4): 127-129.
- [6] 张飞舟,范跃祖,沈程智. 基于隶属云发生器的智能控制[J]. 航空学报, 1999, 20(1): 89-92.

作者简介:

刘罗仁 男, (1966-), 硕士研究生, 副教授. 研究方向为控制理论、控制工程.

(上接第 94 页)

参考文献:

- [1] 李乔,徐俊明,张忠良. 最优双环网络的无限族[J]. 中国科学:A 辑, 1993, 23(9): 979-992.
- [2] 陈协彬. 步长有限制的双环网络的最优路由算法[J]. 计算机学报, 2004, 27(5): 596-603.
- [3] Guan D J. An optimal message routing algorithm for double-loop networks[J]. Information Processing Letters, 1998 (65): 255-260.
- [4] 刘焕平,朱延功,杨义先. 双环网络 $DL(N, h)$ 的最短路径选择算法[J]. 电子科学学刊, 1999, 21(2): 202-205.
- [5] 陈忠实,靳蕃. 双环网络 $[+1]$ 边优先最短路径及其寻径

策略[J]. 计算机研究与发展, 2001, 38(7): 788-792.

- [6] 陈宝兴. 双向双环局域网的限制性容错直径[J]. 苏州科技学院学报:自然科学版, 2005, 22(3): 11-14.
- [7] 徐俊明,谢歆. 关于图的容错直径和宽直径[J]. 中国科学技术大学学报, 2002, 32(2): 135-139.
- [8] 陈宝兴,杜妮,周书明. 有向双环网络的宽直径公式[J]. 厦门大学学报:自然科学版, 2008, 47(6): 782-786.

作者简介:

陈业斌 男, (1971-), 硕士, 副教授. 研究方向为计算机网络及数据库.